

### Esercizio 1) ok

Costruire il B-albero di ordine 5 (=max 5 puntatori) risultante dell'esecuzione delle seguenti operazioni, mostrando l'albero risultante a seguito di ogni operazione.

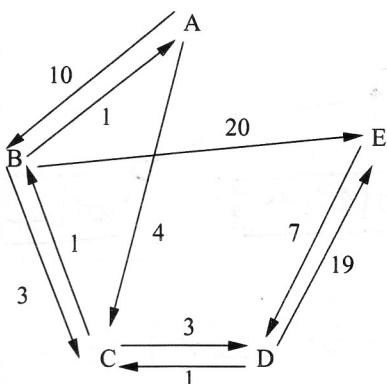
- Inserimento in sequenza di: 5, 20, 7, 9, 16, 21, 15, 3, 40, 12, 18, 19

SEGUITA DA

- Cancellazione, in sequenza, di: 15, 18, 12, 3, 20, 21.

### Esercizio 2) ok

Trovare e mostrare i *cammini minimi* (ed il relativo peso) dalla sorgente A ai vari nodi del grafo utilizzando l'algoritmo di Dijkstra, mostrando lo svolgimento passo passo dell'algoritmo.



### Esercizio 3)

Sia data una lista  $L$  non doppiamente linkata. Scrivere (in pseudocodice) un algoritmo che trova l'elemento minimo, l'elemento massimo e che li scambia di posizione.

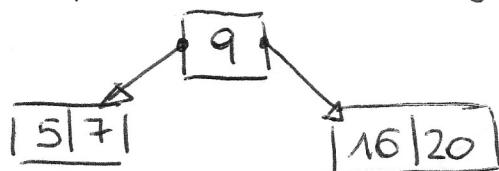
#### ESERCIZIO 1

ORDINE = 5  
MAX elementi = 4

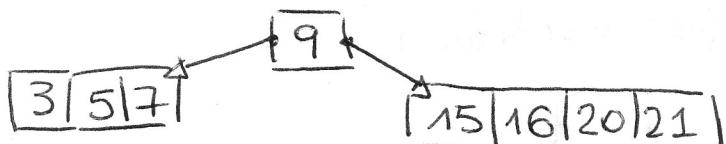
• inserimento di 5, 20, 7, 9

5 | 7 | 9 | 20 |

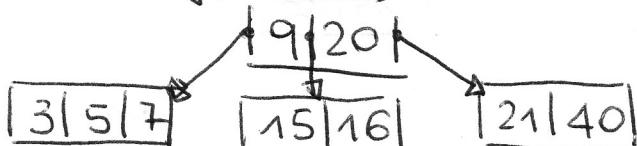
• inserimento di 16 operazione di splitting



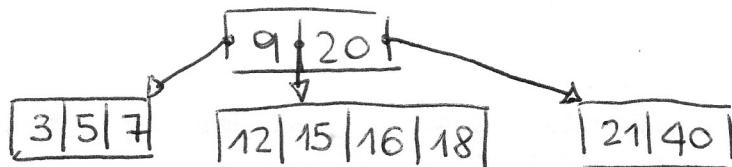
• inserimento di 21, 15 (nessun problema)



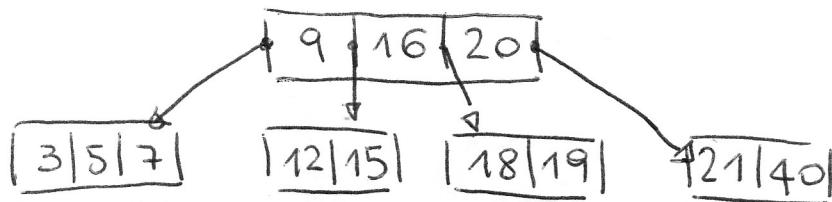
• inserimento di 40 (splitting)



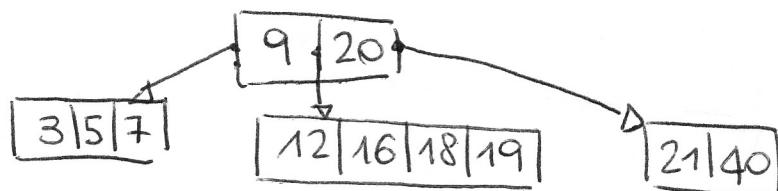
• inserimento di 12 e 18 (nessun problema)



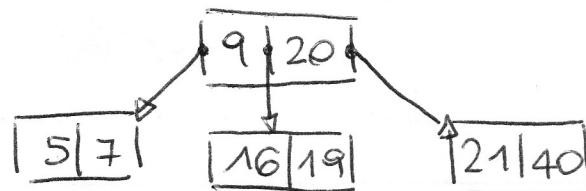
• inserimento di 19 (splitting)



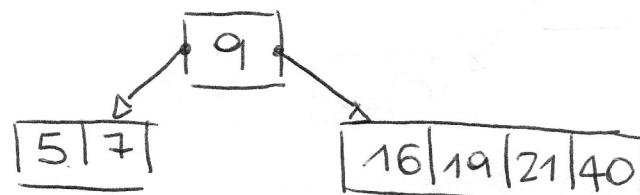
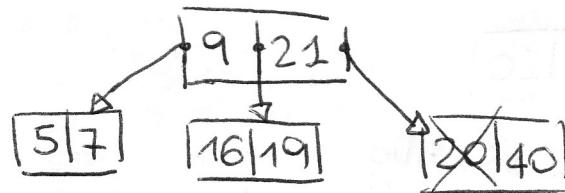
• cancellazione del 15 (merging)



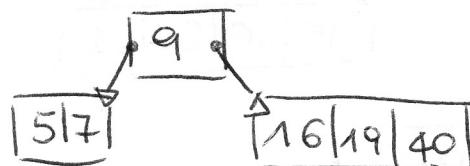
• cancellazione 18, 12, 3 (nessun problema)



• cancellazione del 20 (ricerca successore e merging)

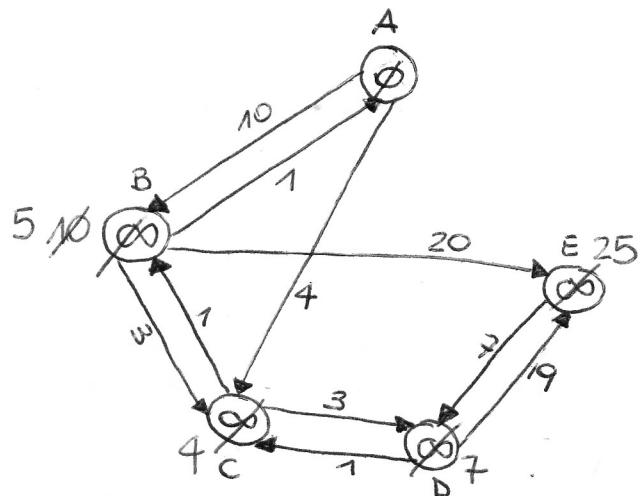


• cancellazione del 21 (nessun problema)



## ESEMPIO 2

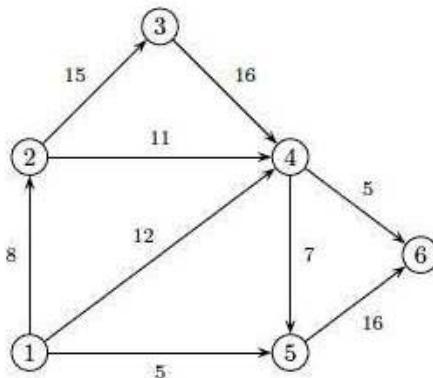
## DIJKSTRA



A	B	C	D	E	Q	S
$\emptyset / \text{NIL}$	$\infty / \text{NIL}$	$\infty / \text{NIL}$	$\infty / \text{NIL}$	$\infty / \text{NIL}$	A, B, C, D, E	$\emptyset$
10   A	4   A	$\infty / \text{NIL}$	$\infty / \text{NIL}$	$\infty / \text{NIL}$	B, C, D, E	A
5   C		7   C	$\infty / \text{NIL}$	$\infty / \text{NIL}$	B, D, E	A, C
		7   C	25   B	$\infty / \text{NIL}$	D, E	A, C, B
			25   B	E		A, C, B, D
					$\emptyset$	A, C, B, D, E

### Esercizio 3)

Data la seguente rete di flusso calcolare il flusso massimo applicando l'algoritmo di *Ford-Fulkerson*, illustrando i vari passi (la sorgente è il nodo 1 mentre il pozzo è il nodo 6). In particolare, per ciascun passo si richiede di mostrare il cammino aumentante, di indicare chiaramenente il nuovo flusso e la rete residua.



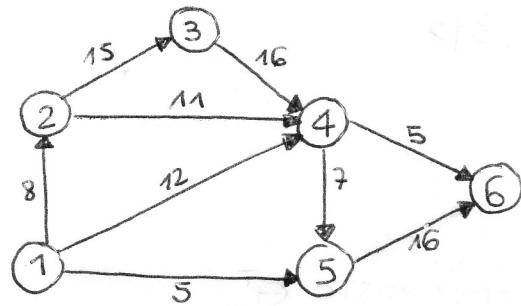
## ESERCIZIO 3

## FORK - FULKERSON

S=1 T=6

## ITERAZIONE 1

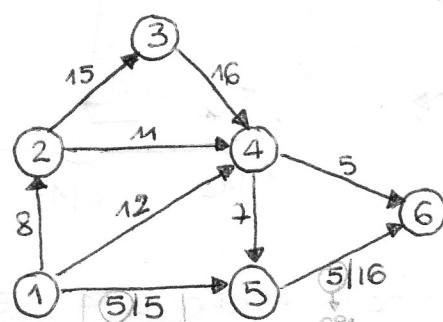
## RETE RESIDUA



CAMMINO AUMENTANTE: 1-5-6  
 $C_{P_1} = 5$

**Ogni passo scrivere:  
cammino aumentante  
nuovo flusso  
rete resiliva**

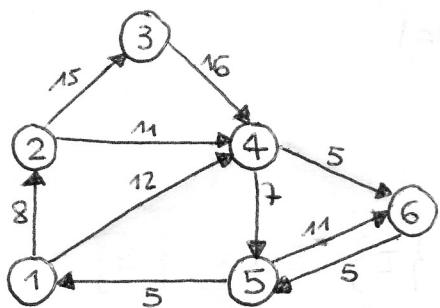
## NUOVO FLUSSO



SATURO, quindi si inverte la freccia nella RETE residua

## ITERAZIONE 2

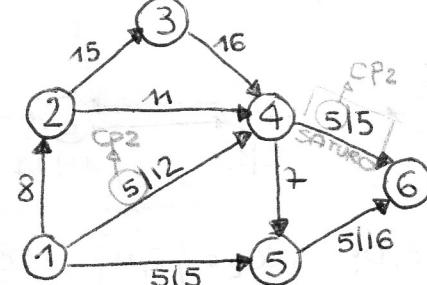
## RETE RESIDUA



CRMINO AUMENTANTE: 1-4-6

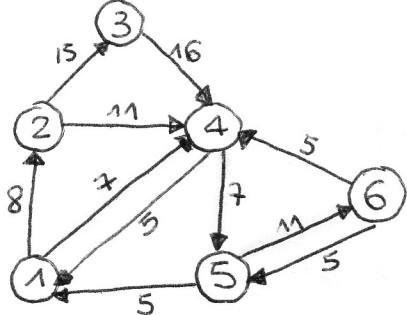
$$CP_2 = 5$$

## NUOVO FLUSSO



## ITERAZIONE 3

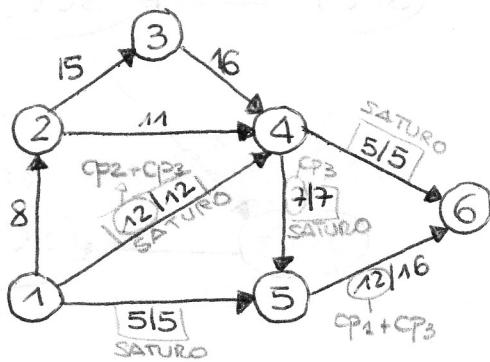
## RETE RESIDUA



CAMMINO AUMENTANTE: 1-4-5-6

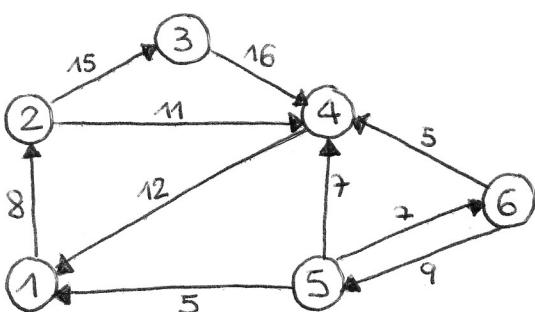
$$CP_3 = 7$$

## NUOVO FLUSSO



## ITERAZIONE 4

## RETE RESIDUA

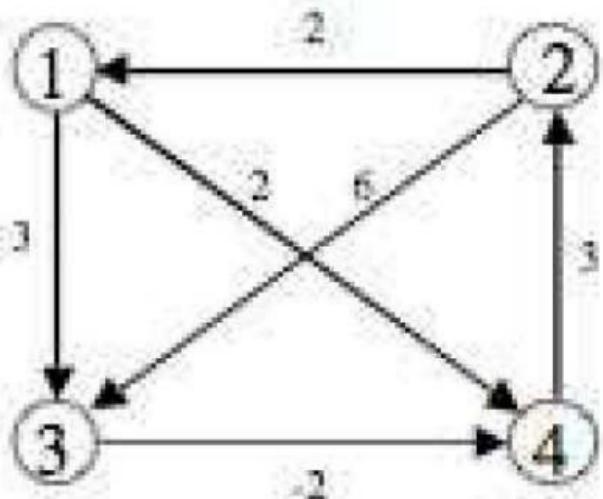


LA RETE NON HA + CAMMINI AUMENTANTI  
X' NON E' + POSSIBILE RAGGIUNGERE IL  
POZZO  $t=6$ , QUINDI:

$\Rightarrow$  FLUSSO MASSIMO = 17 ( $CP_1 + CP_2 + CP_3$ )  
 ED È QUELLO TROVATO NELL'ITERAZIONE 3

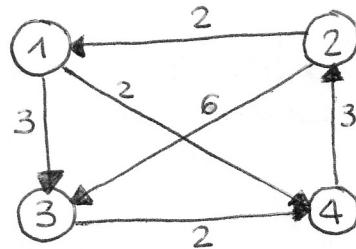
### Esercizio 2)

Applicare l'algoritmo Floyd-Warshall al grafo in figura. Si richiede di riportare la matrice  $D$  e  $\Pi$  ad ogni passo.



## SERCIZIO 2

## FLOYD - WARSHALL

 $k=1$ 

	1	2	3	4
1	$\emptyset$	$\infty$	3	2
2	2	$\emptyset$	$\infty$	4
3	$\infty$	$\infty$	$\emptyset$	2
4	$\infty$	3	$\infty$	$\emptyset$

$$\pi^{(0)} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ N_L & N_L & 1 & 1 \\ 2 & N_L & 2 & N_L \\ N_L & N_L & N_L & 3 \\ 3 & N_L & 4 & N_L \\ 4 & N_L & N_L & N_L \end{bmatrix}$$

 $k=2$ 

	1	2	3	4
1	$\emptyset$	$\infty$	3	2
2	2	$\emptyset$	5	4
3	$\infty$	$\infty$	$\emptyset$	2
4	$\infty$	3	$\infty$	$\emptyset$

$$\pi^{(1)} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ N_L & N_L & 1 & 1 \\ 2 & N_L & 1 & 1 \\ N_L & N_L & N_L & 3 \\ N_L & 4 & N_L & N_L \\ 2 & 1 & N_L & N_L \end{bmatrix}$$

 $k=3$ 

	1	2	3	4
1	$\emptyset$	$\infty$	3	2
2	2	$\emptyset$	5	4
3	$\infty$	$\infty$	$\emptyset$	2
4	5	3	8	$\emptyset$

$$\pi^{(2)} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ N_L & N_L & 1 & 1 \\ 2 & N_L & 1 & 1 \\ N_L & N_L & N_L & 3 \\ 2 & 4 & 1 & N_L \end{bmatrix}$$

 $k=4$ 

	1	2	3	4
1	$\emptyset$	$\infty$	3	2
2	2	$\emptyset$	5	4
3	$\infty$	$\infty$	$\emptyset$	2
4	5	3	8	$\emptyset$

$$\pi^{(3)} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ N_L & N_L & 1 & 1 \\ 2 & N_L & 1 & 1 \\ N_L & N_L & N_L & 3 \\ 2 & 4 & 1 & N_L \end{bmatrix}$$

	1	2	3	4
1	$\emptyset$	5	3	2
2	2	$\emptyset$	5	4
3	7	5	$\emptyset$	2
4	5	3	8	$\emptyset$

$$\pi^{(4)} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ N_L & 4 & 1 & 1 \\ 2 & N_L & 1 & 1 \\ 2 & 4 & N_L & 3 \\ 2 & 4 & 1 & N_L \end{bmatrix}$$